

Документ подписан простой электронной подписью
 Информация о владельце:
 ФИО: Косенок Сергей Михайлович
 Должность: ректор
 Дата подписания: 18.06.2024 12:45:19
 Уникальный программный ключ:
 e3a68f3eaa1e62674b54f4998099d3d6bfdcf836

Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

Векторный и тензорный анализ

1 курс, 2 семестр

Код, направление подготовки	03.03.02 Физика
Направленность (профиль)	Цифровые технологии в геофизике
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Кафедра экспериментальной физики
Выпускающая кафедра	Кафедра экспериментальной физики

Типовые задания для контрольной работы:

Вариант 1.

1. Найти $\text{grad } f(\mathbf{r})$ ($r = |\mathbf{r}|$, $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$), если: $f = (r - r_0)^2$, ($r_0 = \text{const}$).
2. Проверить, является ли поле $\mathbf{F} = (y + z)\mathbf{i} + (x + z)\mathbf{j} + (x + y)\mathbf{k}$ потенциальным, и если да, то найти его потенциал.
3. Найти поток векторного поля $\mathbf{F} = (x^3 + yz)\mathbf{i} + (y^3 + xz)\mathbf{j} + (z^3 + xy)\mathbf{k}$ через поверхность S , S - верхняя сторона полусферы: $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, $z \geq 0$.

Вариант 2.

1. Найти $\text{div } \mathbf{a}$, если: $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{r}}{r^3}$.
2. Проверить, является ли поле $\mathbf{F} = x(z^2 - y^2)\mathbf{i} + y(x^2 - z^2)\mathbf{j} + z(y^2 - x^2)\mathbf{k}$ соленоидальным, и если да, то найти его векторный потенциал
3. Найти циркуляцию вектора $\mathbf{F} = xy\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$ вдоль контура L ; $L = \{(x, y, z): x^2 + y^2 = 1, x + y + z = 1\}$ положительно ориентирован на верхней стороне плоскости.

Вариант 3.

1. Найти rota , если: $\mathbf{a} = f(r)\mathbf{r}$.
2. Найти работу поля \mathbf{F} вдоль кривой L , если $\mathbf{F} = 2xy\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} - x^2\mathbf{k}$ и L есть наименьшая дуга окружности $x^2 + y^2 = 1$ от точки $A = (1, 0)$ до точки $B = (0, 1)$.

3. Вычислить поток жидкости в направлении внешней нормали через часть окружности радиуса R , лежащую в первой четверти, если скорость потока $\mathbf{v} = \{x + y, y\}$.

Вариант 4.

1. Пусть $(1, x, -y)$ компоненты вектора ξ в прямоугольных координатах. Определить физические компоненты вектора ξ в цилиндрических координатах.

2. Пусть матрица $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ задает компоненты тензора второго ранга T в полярных координатах. Определить компоненты тензора T в прямоугольных координатах если T - тензор типа $(2,0)$.

3. Вектор-потенциал: A^μ , ($A^\mu = (\varphi, \mathbf{A})$); $A^0 = \varphi$ - скалярный потенциал, \mathbf{A} - векторный потенциал). Напряженность электрического поля \mathbf{E} , ($\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi$). Напряженность магнитного поля \mathbf{H} , ($\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$). Найти явное представление компонент тензора электромагнитного поля $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ через компоненты \mathbf{E} и \mathbf{H} .

Вариант 5.

1. Пусть $(x, 0, z)$ компоненты вектора ξ в прямоугольных координатах. Определить физические компоненты вектора ξ в сферических координатах.

2. Пусть матрица $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ задает компоненты тензора второго ранга T в полярных координатах. Определить компоненты тензора T в прямоугольных координатах если T - тензор типа $(1,1)$.

3. Вектор-потенциал: A^μ , ($A^\mu = (\varphi, \mathbf{A})$); $A^0 = \varphi$ - скалярный потенциал, \mathbf{A} - векторный потенциал). Напряженность электрического поля \mathbf{E} , ($\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi$). Напряженность магнитного поля \mathbf{H} , ($\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$). Найти явное представление контравариантных компонент $(F^{\mu\nu})$ тензора электромагнитного поля $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ через компоненты \mathbf{E} и \mathbf{H} .

Вариант 6.

1. Пусть $(1, z, x)$ компоненты ковектора ξ в прямоугольных координатах. Определить физические компоненты ковектора ξ в цилиндрических координатах.

2. Пусть матрица $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ задает компоненты тензора второго ранга T в полярных координатах. Определить компоненты тензора T в прямоугольных координатах если T - тензор типа $(0,2)$.

3. Вектор-потенциал: A^μ , ($A^\mu = (\varphi, \mathbf{A})$); $A^0 = \varphi$ - скалярный потенциал, \mathbf{A} - векторный потенциал). Напряженность электрического поля \mathbf{E} , ($\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi$). Напряженность магнитного поля \mathbf{H} , ($\mathbf{H} = \text{rot} \mathbf{A}$). Вычислить свертку $F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ ($F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$).

Типовые вопросы к зачету:

Задание для показателя оценивания дискриптора «Знает»	Вид задания
<p><i>Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками):</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Скалярные и векторные поля; 2. Градиент; 3. Оператор Набла; 4. Производная по направлению; 5. Дивергенция; 6. Геометрический подход к определению дивергенции; 7. Ротор; 8. Геометрический подход к определению ротора векторного поля; 9. Оператор Лапласа; 10. Циркуляция векторного поля; 11. Поток векторного поля; 12. Теорема Гаусса-Остроградского; 13. Теорема Стокса; 14. Первая и вторая формулы Грина; 15. Потенциальные и соленоидальные векторные поля 16. Определение тензорного поля; 17. Закон преобразования компонент тензоров при преобразовании координат; 18. Физические компоненты тензоров) 20. Тензорное умножение, 21. Свертка, 22. Перестановка индексов; 23. Тензоры в римановом и псевдоримановом пространстве; 24. Основные операции векторного анализа в ортогональных криволинейных координатах; 25. Символы Кристоффеля; 	<p>теоретический</p>

26. Ковариантное дифференцирование тензоров произвольного ранга; 27. Параллельный перенос векторных полей; 28. Геодезические связности, согласованные с метрикой.	
---	--

Задание для показателя оценивания дескриптора «Умеет»	Вид задания
1. Решение задач о нахождении: градиента; производной по направлению; дивергенции; ротора. 2. Решение задач о нахождении: векторов базиса, коэффициентов Ламе, метрики, градиента, дивергенции, ротора, оператора Лапласа в ортогональных криволинейных координатах. 3. Решение задач о нахождении скалярного и векторного потенциалов.	практический

Задание для показателя оценивания дескриптора «Владеет»	Вид задания
1. Решение задач об определении компонент тензоров при преобразовании координат. 2. Тензорное умножение, свертка, перестановка индексов. 3. Символы Кристоффеля; ковариантное дифференцирование тензоров произвольного ранга; геодезические; связности согласованные с метрикой.	практический